

# Il paradosso dello specchio

Nel 1894, all'età di 16 anni, Albert Einstein scrisse una lettera allo zio Cäsar Koch: iniziava scusandosi per la sua «tremenda pigrizia nel rispondere» e poi raccontava come gli andavano le cose.

Stava riflettendo su problemi come questo: «Se mi trovassi in un vagone ferroviario che si muove alla velocità della luce, e mi guardassi allo specchio, che cosa vedrei?» (lo chiameremo *paradosso dello specchio*).

La lettera si concludeva con «affettuosi saluti alla cara zia e ai vostri deliziosi bambini».

Prima di arrischiare una risposta alla domanda del giovane Einstein, riflettiamo un attimo sulla situazione.

Quando vi guardate il naso allo specchio, la luce si propaga dalla lampada nella stanza al vostro naso, poi da lì allo specchio, e infine dallo specchio ai vostri occhi.

Il tratto che ci interessa è quello fra il naso e lo specchio. Se il vostro naso viaggia alla velocità della luce, e altrettanto vale per la luce che ne emana, essa potrà mai raggiungere lo specchio? Oppure si accumulerà in una macchiolina luminosa appena davanti al vostro naso?

La macchiolina di luce sembra poco plausibile, ma bisogna ammettere che lo stesso vale per l'intera situazione.

La velocità della luce  $c$  (dal latino *celeritas*, velocità) è talmente grande che nessun vagone, aereo o razzo vi si è mai avvicinato, nel suo moto rispetto alla Terra.

Con ottima approssimazione la velocità della luce nel vuoto vale  $c = 300\,000$  km/s (kilometri al secondo); e siccome in 1 ora ci sono 3600 secondi, ciò significa che  $c$  è pari a oltre *un miliardo di chilometri all'ora*.

Detto altrimenti, un viaggio da Palermo a Londra (1800 km) richiede 2 ore in aereo, 4 minuti con lo *space shuttle* ma soltanto 6 *millesimi di secondo* alla velocità della luce.

Leggendo questo libro scoprirete che, quando la velocità diventa una frazione consistente di quella della luce, si verificano molti fenomeni curiosi e sorprendenti, che mettono a dura prova il nostro senso comune. Ciò è del tutto normale: il senso comune si basa sull'esperienza quotidiana, e questa non include spostamenti a velocità prossime a quella della luce.

Forse può aiutare questa analogia. Immaginate di uscire di casa e percorrere 1 km verso est per comprare il latte, poi altri 2 km a est per comprare il giornale.

Qual è il percorso più breve per tornare a casa? Per noi terrestri, è ovvio che conviene andare verso ovest per 3 km. Ma se vivessimo sull'equatore di un pianetino con una circonferenza di soli 4 chilometri,

allora in modo altrettanto ovvio converrebbe invece proseguire verso est per un altro kilometro.

La Terra è così grande che negli spostamenti quotidiani non c'è bisogno di tener presente la sua curvatura; se invece vivessimo su un pianeta molto più piccolo, per spostarci dovremmo tener conto della curvatura, e lo faremmo in modo intuitivo.

Dunque il senso comune non è universale, ma dipende dal contesto. In Italia per esempio è naturale salutare gli amici con un «ciao», mentre ai tedeschi viene spontaneo dire «guten Tag».

Riportiamo allora il paradosso dello specchio in un contesto più familiare, considerando una situazione diversa ma analoga al tragitto naso-specchio della luce.

Supponete di essere in un vagone ferroviario che viaggia a 70 km/h, e di tirare una pallina da tennis in avanti alla velocità di 10 km/h.

Che cosa succederà? In un contesto così familiare, la risposta dovrebbe essere ovvia: la pallina viaggia a 10 km/h rispetto al vagone, ma a 80 km/h rispetto alla Terra.

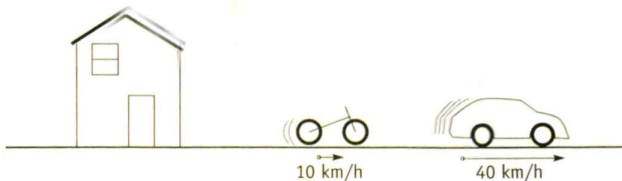
Ma qual è il significato concreto dell'espressione «rispetto a»?

Immaginate di sedervi su una panchina e guardare una casa dall'altro lato della strada.

Arriva un'automobile che viaggia verso destra a 40 km/h, seguita da una bicicletta che viaggia verso destra a 10 km/h.

Proviamo a descrivere graficamente la situazione con un disegno.

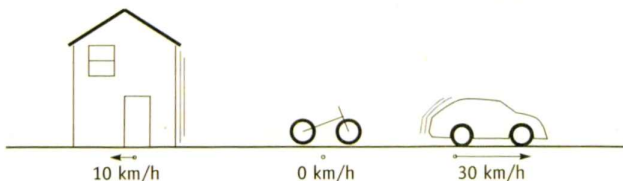
## riferimento della Terra



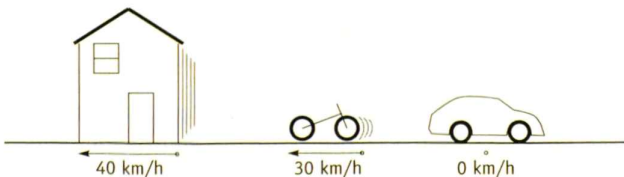
Questo schizzo mostra le velocità rispetto alla Terra o, come diremo spesso, «le velocità osservate dal sistema di riferimento della Terra» (potremmo anche dire «nel nostro sistema di riferimento», «dal punto di vista della panchina», «nel sistema di riferimento della panchina» o semplicemente «nel riferimento della panchina»: tutte queste espressioni si equivalgono).

Ma noi non siamo gli unici possibili osservatori della scena: il ciclista va altrettanto bene, come osservatore. Anche dal suo punto di vista l'automobile è in movimento, ma si allontana da lui a velocità minore che da noi: la velocità dell'automobile è pari a 30 km/h, se la si osserva dal sistema di riferimento della bicicletta. Al contempo il ciclista vede che la casa si allontana da lui spostandosi verso sinistra a 10 km/h (o, che è lo stesso, verso destra a  $-10$  km/h). Ecco uno schizzo della situazione dal suo punto di vista:

## riferimento della bicicletta



riferimento dell'automobile



Il disegno qui sopra, infine, rappresenta la stessa scena dal punto di vista dell'automobile.

► **Fra i tre schizzi che hai disegnato, qual è quello giusto?**

Sono tutti giusti. Siamo abituati a misurare le velocità rispetto alla Terra; un segnale stradale che fissa il limite di velocità a 110 km/h sottintende sempre che essa venga misurata rispetto alla Terra; ma questa è soltanto una convenzione, non una necessità.\*

Il sistema di riferimento della Terra non ha niente di particolarmente sacro: la Terra gira su se stessa e orbita attorno al Sole, che a sua volta orbita attorno al centro della nostra galassia, la quale si sta muovendo verso la sua vicina, la galassia di Andromeda.

Di solito si dice «l'automobile si muove» e non «l'automobile si muove rispetto alla Terra», ma in questo libro dovremo fare molta più attenzione: ogni volta che parliamo di oggetti in moto (o stazionari!) dovremo chiarire qual è il sistema di riferimento usato.

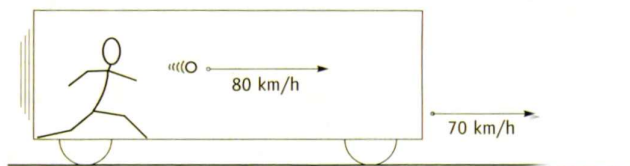
Se Anna e Bruno si trovano in un'automobile che viaggia a 50 km/h rispetto alla Terra, allora Anna si muove a 50 km/h nel sistema di riferimento della Terra e a 0 km/h in quello di Bruno.

\* Non provate però a invocare i sistemi di riferimento per sottrarvi a una multa per eccesso di velocità: farete soltanto irritare il poliziotto che vi ha fermato.

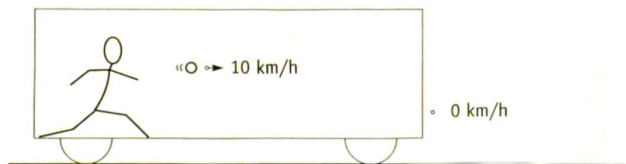
Ora che abbiamo chiarito l'importanza di specificare i sistemi di riferimento, descriviamo con due schizzi il problema della pallina da tennis lanciata sul vagone.

I due disegni seguenti rappresentano la stessa situazione, ma in due sistemi di riferimento diversi:

#### riferimento della Terra



#### riferimento del vagone



Ma le due velocità, 70 km/h (quella del vagone rispetto alla Terra) e 10 km/h (quella della pallina rispetto al vagone), avrebbero potuto avere valori diversi, per esempio 57 km/h e 19 km/h.

Per ragionare più in generale, indichiamo allora le due velocità con i simboli  $V$  e  $v_p$ , dove:

$V$  è la velocità del vagone rispetto alla Terra, e

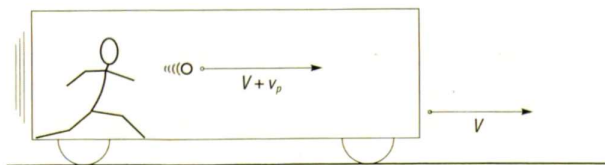
$v_p$  è la velocità della pallina rispetto al vagone.

Usando questi nuovi simboli, i nostri due disegni diventano:

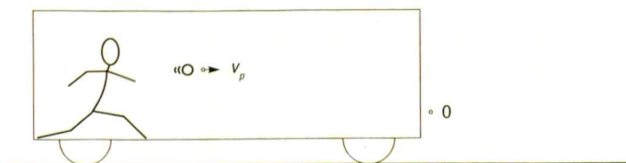


## Il paradosso dello specchio

riferimento della Terra



riferimento del vagone



È anche chiaro che l'oggetto tirato non deve essere per forza una pallina da tennis: potrebbe essere un cuscino, o un lampo di luce. Il paradosso dello specchio corrisponde proprio a quest'ultima situazione, dove però  $V = c$  e  $v_p = c$ , così che  $V + v_p = 2c$ .

Pare dunque che si possa risolvere il paradosso dicendo:

L'espressione «velocità della luce» è troppo vaga. Quando diciamo: «la velocità della luce è  $c = 300\,000$  km/s», intendiamo: «la velocità della luce *rispetto alla sua sorgente* è  $c = 300\,000$  km/s». Se la sorgente si muove con velocità  $c$  rispetto alla Terra, la luce si muoverà a velocità  $2c$  rispetto alla Terra. La luce non si «accumula» davanti al naso del passeggero, e questi vedrà la propria faccia nello specchio come al solito.

Questa soluzione del paradosso è completa, soddisfacente e in perfetto accordo con il nostro senso comune. In aggiunta, è del tutto sbagliata.

## PROBLEMI

Com'è noto, non si può imparare a nuotare guardando gli altri: occorre buttarsi in acqua e provare di persona. Vale altrettanto per la scienza: è impossibile impararla facendosela «versare nella mente» come in una bottiglia vuota. Bisogna mettere in discussione gli esperimenti, criticare le deduzioni e verificare le conclusioni. Spero che lo farete in tutto il corso del libro; e in particolare vorrei che dedicaste un po' di tempo ai problemi presentati alla fine dei capitoli.

Quando si risolve un problema, non basta dare il risultato numerico finale; bisogna anche mostrare come ci si è arrivati. (Questa regola vale per qualsiasi esercizio intellettuale. Immaginate per esempio di dover scrivere un tema sull'influenza che Dante ha avuto sulla nostra cultura. Dopo molte letture e ricerche, concludete che la *Divina Commedia* ha trasformato profondamente la letteratura italiana. Se come tema scrivete quest'unica frase conclusiva, «La *Divina Commedia* ha trasformato profondamente la letteratura italiana.», prenderete un votaccio).

Per gran parte dei problemi troverete suggerimenti e tracce di soluzione alla fine del libro. Queste appendici non svelano la soluzione completa, perché essa non si riduce al risultato numerico.

Questo libro è una visita guidata al territorio sconosciuto della relatività. Come ogni giro guidato, però, non può certo bastare per conoscere il luogo in modo approfondito. Con i problemi voglio spingervi fuori dal percorso già tracciato, obbligandovi a esplorare il territorio da soli. Di certo vi perderete, ma anche grazie a questa esperienza imparerete.



Se mentre cercate di risolvere i problemi (da soli o con gli amici) vi smarrite, e soltanto a quel punto usate i suggerimenti per ritrovare la strada, le appendici vi aiuteranno a imparare la relatività. Se invece le andate a leggere subito, per paura di girare a vuoto, allora le appendici saranno d'intralcio al vostro apprendimento.

Questi problemi non sono una tortura per tenervi in casa con il bel tempo: sono il modo più utile ed efficace di imparare la relatività. Prometto che non vi darò mai esercizi per il gusto di farvi sudare: ciascun problema del libro ha una morale ed è studiato per aiutarvi a imparare.

I problemi contrassegnati da un pallino • fanno riflettere su questioni che sono poi usate nello sviluppo logico successivo del libro; vi suggerisco caldamente di provare a risolverli tutti, e di affrontare anche alcuni tra i problemi senza contrassegno.

**1.1 • La velocità in diversi riferimenti.** Considerate la situazione delle pagine 18–19. Oltre alla casa, alla bicicletta e all'automobile, aggiungete una moto che viaggia verso destra a 70 km/h rispetto alla Terra.

- a. Nel riferimento della bicicletta, qual è la velocità della moto?
- b. Nel riferimento della moto, qual è la velocità della moto?

**1.2 • La distanza percorsa in diversi riferimenti.** Nella situazione delle pagine 18–19, determinate la distanza percorsa dall'automobile dopo due ore di viaggio:

- a. nel riferimento della Terra
- b. nel riferimento della bicicletta
- c. nel riferimento dell'automobile stessa.